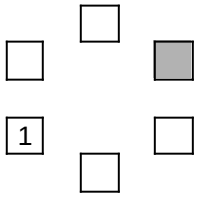
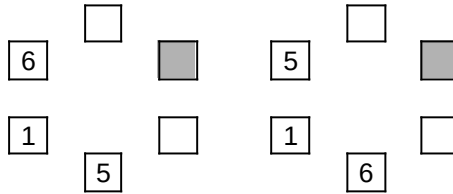


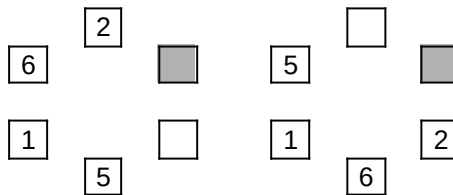
Exercice 1 La bande des six.



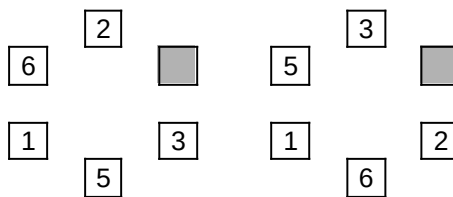
Les seules possibilités à côté du 1 sont 5 ($5+1=6$) et 6 ($6+1=7$). On a deux dispositions possibles



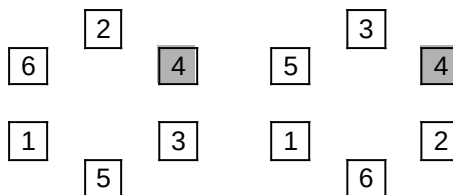
À côté du 6, on ne peut placer que le 2 car $6+2=8$.



À côté du 5, on ne peut placer que le 3 car $5+3=8$.



Il ne reste que le 4 dans la case grisée car $4+2=6$ et $4+3=7$.



Le nombre est donc 4.

Exercice 2 Triple exigence.

1		III
••		

Pour compléter la première ligne, il faut un deux sur un dé :

1	••	III
••		

Pour compléter la première colonne, il faut un deux en chiffres romains :

1	••	III
II		
••		

Le dernier trois (en chiffre indo-arabe) ne peut pas être ni dans la 3^e ligne ni dans la 3^e colonne. Il est donc dans la case centrale :

1	••	III
II	3	
••		

Pour compléter la 2^e colonne, il faut un « un » en chiffre romain :

1	••	III
II	3	
••	I	

Pour compléter la 2^e ligne, il faut un « un » sur un dé :

1	••	III
II	3	••
••	I	

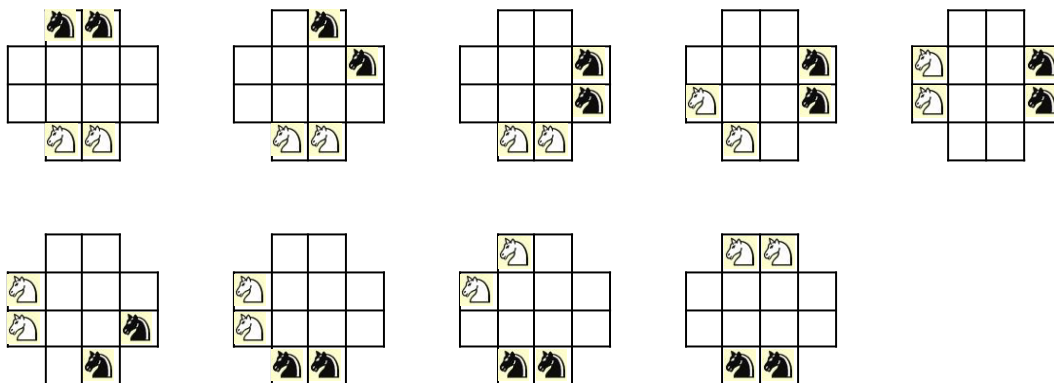
Pour finir la grille, il faut mettre le deux en chiffre indo-arabe :

1	••	III
II	3	••
••	I	2

Le nombre dans la case grisée est donc le **2** (en écriture indo-arabe).

Exercice 3 Échange de cavaliers.

Chaque cavalier ne peut pas atteindre sa case d'arrivée en un coup, il en faut au minimum deux.
Comme il y a quatre cavaliers, $4 \times 2 = 8$, il faut donc au minimum 8 mouvements.
Montrons que cela suffit :



Il faut donc au minimum **8 mouvements**.

Exercice 4 Le dé de Mathilde.

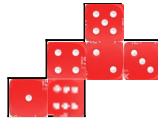
Tout d'abord, on s'aperçoit que tous les chiffres de 1 à 6 sont utilisés. Chacun n'apparaît donc qu'une fois. Prenons le dé central et donnons-en un début de patron, on obtient :



Le dé de droite contient aussi les chiffres 2 et 5, cela signifie que le 3 vient en face du 4 :



Le dé de gauche nous donne la position des dés 1 et 6 par rapport à 4 :

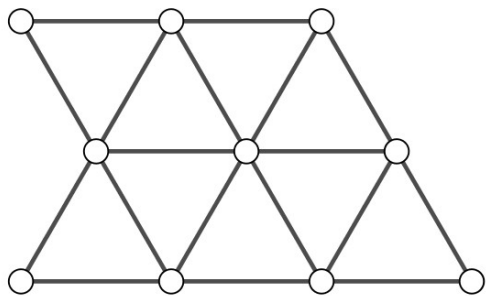


La face du dessous de la vue de droite est donc celle qui est en face du 2. D'après le patron effectué c'est donc le 1.

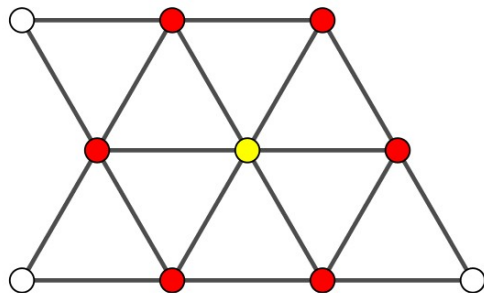
La face compte **1 point**.

Exercice 5 Les caméras de surveillance.

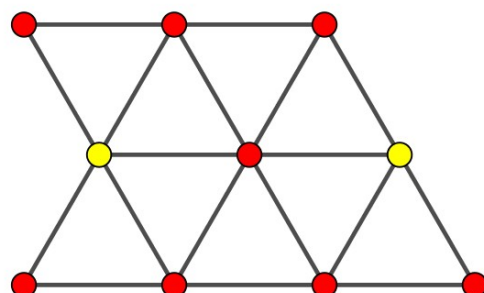
Le plan est le suivant :



Si on essaie de placer une seule caméra, elle ne surveille au maximum que 7 carrefours :



Si on essaie de placer deux caméras, plaçons-les sur la ligne centrale :



La caméra de gauche surveille 6 carrefours et celle de droite en surveille 5.
Un carrefour est surveillé par deux caméras.
Tous les carrefours sont surveillés.

Le nombre minimum est donc de **2 caméras**.

Exercice 6 Une année heureuse.

Cherchons d'abord à diviser 2020 par 7, on trouve :

$$\begin{array}{r|l} 2020 & 7 \\ - 14 & 288 \\ \hline 62 & \\ - 56 & \\ \hline 60 & \\ - 56 & \\ \hline 4 & \end{array}$$

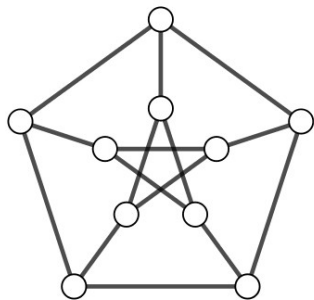
Le reste est de 4. Or $7-4=3$. Il faut donc ajouter 3 à 2020 pour obtenir un multiple de 7. 2023 est un multiple de 7.

Or $2+0+2+3=7$.

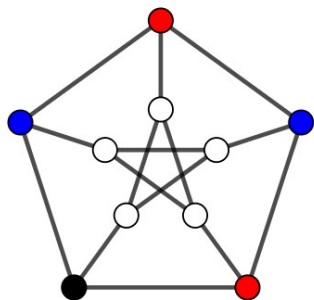
La prochaine année est donc **2023**.

Exercice 7 Les couleurs.

La figure de départ est la suivante :

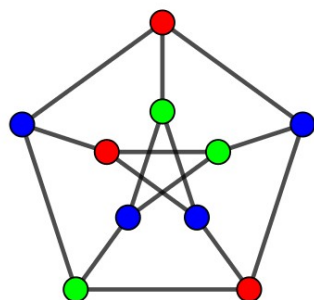


Essayons de colorier le pourtour avec deux couleurs :



On aboutit à un problème : le point noir touche un point bleu et un point rouge.

Essayons de colorier avec trois couleurs :



On trouve une solution possible.

Il faut donc au minimum **3 couleurs**.

Exercice 8 Etadate.

L'an 3000 ne fonctionne pas car 00 03 n'est pas une date.

Cela signifie que le chiffre des milliers de l'année est 2.

__ _ 2 2 _ _ _

Le chiffre des unités du mois est 2, le chiffre des dizaines du mois est donc 0 ou 1.

Essayons le maximum soit 1.

__ _ 12 21 _ _

Le chiffre des unités du jour est au maximum 9. Essayons ce chiffre :

_ 9 12 219 _

Le chiffre des dizaines du jour est alors 0,1 ou 2.

Essayons le maximum soit 2.

29 12 2192

Cela fonctionne.

La dernière date palindrome du millénaire est donc **29 12 2192**.

Exercice 9 L'âge d'Archibald.

Appelons ABCD l'année de naissance d'Archibald. CD est donc son âge en 2020.

On a alors :

$$\begin{array}{r} A \ B \ C \ D \\ + \quad \quad C \ D \\ \hline 2 \ 0 \ 2 \ 0 \end{array}$$

D+D se finit par 0 donc D=0 ou D=5.

Supposons D=0, on a donc :

$$\begin{array}{r} A \ B \ C \ 0 \\ + \quad \quad C \ 0 \\ \hline 2 \ 0 \ 2 \ 0 \end{array}$$

C+C se finit par 2 donc C=1 ou C=6.

Si C=1 alors 2020-10=2010.

L'année de naissance est 2010.

Si C=6 alors 2020-60=1960.

L'année de naissance est 1960.

Supposons D=5, on a donc :

$$\begin{array}{r} \overset{1}{5} \\ A \ B \ C \ 5 \\ + \quad \quad C \ 5 \\ \hline 2 \ 0 \ 2 \ 0 \end{array}$$

1+C+C se finit par 2. Cela signifie que 2×C se termine par 1 ce qui est impossible pour ce nombre pair.

Il y a **2 solutions** : l'année de naissance est **1960** ou **2010**.

Exercice 10 La combinaison.

La première information nous indique que la combinaison est 347_ ou 34_6 ou 3_76 ou _476.

Premier essai avec 347_ sachant que le dernier chiffre n'est pas un 6.

La deuxième information nous montre un chiffre bien placé (c'est le 3) et un mal placé qui est le 5. En effet ce ne peut être le 6 (à cause de la première information) ni le 8 (qui serait bien placé).

Le code serait 3475.

La troisième information montre qu'il y a deux chiffres bien placés ce qui est faux avec 3475.

Deuxième essai avec 34_6 sachant que le troisième chiffre n'est pas un 7.

La deuxième information nous montre un chiffre bien placé (c'est le 3) et un mal placé (c'est le 6).

Le troisième chiffre n'est donc pas non plus un 5 ni un 8.

La troisième information montre qu'il y a deux chiffres bien placés :

le 3 l'est mais on a éliminé les trois autres : 5,7 et 8. Cela ne fonctionne pas.

Troisième essai avec 3_76 sachant que le deuxième chiffre n'est pas un 4.

La deuxième information nous montre un chiffre bien placé (c'est le 3) et un mal placé (c'est le 6).

Le deuxième chiffre n'est donc pas non plus un 5 ni un 8.

La troisième information montre qu'il y a deux chiffres bien placés : le 3 et le 7.

La quatrième information montre trois chiffres mal placés qui sont donc 9,6 et 3 car on a éliminé le 4.

Le deuxième chiffre est donc 9 et le code serait 3976. On vérifie qu'il fonctionne.

Quatrième essai avec _476 sachant que le premier chiffre n'est pas un 3.

La deuxième information nous indique un chiffre bien placé qui ne peut être ni un 3 car on l'a éliminé, ni le 5 (c'est un 4), ni le 6 (c'est un 7), ni le 8 (c'est un 6). Il n'y a pas de solution avec cet essai.

Donc il y a **1 solution** : la combinaison est : **3976**.

Exercice 11 Deux fois OOUUI.

OUI \times OUI a comme chiffre des unités celui de $I \times I$.
 OOUUI $\times 2$ a comme chiffre des unités celui de $I \times 2$.
 Comparons à quel moment ce chiffre coïncide :

I	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
I \times I	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81
I $\times 2$	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18

Par conséquent $I=0$ ou $I=2$.

Supposons d'abord que $I=0$.

On a alors OUI qui est un multiple de 10. Donc OUI \times OUI est un multiple de $10 \times 10 = 100$ et se termine par 00. OOUUI $\times 2$ aussi donc $U \times 2$ se termine par 0. Par conséquent $U=0$ (impossible car $I=0$) ou $U=5$. Par conséquent $U=5$.

On a alors OUI qui est un multiple de 50. Donc OUI \times OUI est un multiple de $50 \times 50 = 2500$ et se termine par 500 ou 000.

Et OOUUI $\times 2$ se termine comme $550 \times 2 = 1100$ c'est à dire par 100. Il y a contradiction.

Supposons alors que $I=2$.

Posons les opérations en appelant A le chiffre des unités de $U \times 2$.

$$\begin{array}{r} \text{O U 2} \\ \times \text{O U 2} \\ \hline \text{A 4} \\ \text{A} \\ \hline 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{O O U U 2} \\ \times \quad \quad \quad 2 \\ \hline \text{A 4} \end{array}$$

$A+A$ doit se terminer comme A ce qui n'arrive que si $A=0$.

Par conséquent $U \times 2 = 0$ et $U=0$ ou $U \times 2 = 10$ et $U = 5$.

Supposons que $U=0$.

Posons les opérations en appelant B le chiffre des unités de $O \times 2$.

$$\begin{array}{r} \text{O O 2} \\ \times \text{O O 2} \\ \hline \text{B 0 4} \\ \text{0 0} \\ \text{B} \\ \hline \text{0 4} \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{O O O O 2} \\ \times \quad \quad \quad 2 \\ \hline \text{B 0 0 4} \end{array}$$

$B+B$ doit se terminer par 0. Donc $B=0$ ou $B=5$ (ce qui est impossible car B est dans la table de 2).

$O \times 2$ doit se terminer par 0. Donc $O=0$ (ce qui est impossible car $U=0$) ou $O=5$.

En calculant $502 \times 502 = 252\,004$ et $55\,002 \times 2 = 110\,004$. On ne trouve pas le même résultat.

Supposons que $U=5$.

Posons les opérations en appelant D le chiffre des unités de $O \times 2$ et C le chiffre des unités de $O \times 2 + 1$ (la retenue) c'est à dire $D+1$.

$$\begin{array}{r} \text{O 5 2} \\ \times \text{O 5 2} \\ \hline \text{C 0 4} \\ \text{6 0} \\ \text{D} \\ \hline \text{0 4} \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{O O 5 5 2} \\ \times \quad \quad \quad 2 \\ \hline \text{C 1 0 4} \end{array}$$

Donc $(D+1)+6+D$ se termine par 1. Donc $D+D$ doit se terminer par 4 c'est à dire que $D=2$ ou $D=7$ (ce qui est impossible car D est dans la table de 2).

$O \times 2$ doit se terminer par 2. Donc $O=1$ ou $O=6$.

En calculant $152 \times 152 = 23\,104$ et $11\,552 \times 2 = 23\,104$. On trouve le même résultat.

Et $652 \times 652 = 425\,104$ et $66\,552 \times 2 = 133\,104$. On ne trouve pas le même résultat.

Donc il y a **1 solution** : OUI vaut : **152**.

Exercice 12 Deux fois trois.

Cherchons trois fractions de numérateur 1 dont la somme est un nombre entier. Commençons par les dénominateurs petits et de plus en plus grands.

$$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}.$$

Les nombres étant différents, le seul cas possible est $1/2 + 1/3 + 1/6$.

0 n'est pas un nombre possible car le produit de ses deux voisins serait de 0 et donc l'un de ses voisins serait aussi 0.

Le plus petit nombre est $1/6$.

Si on multiplie deux nombres entiers différents de 0, on obtient un résultat plus grand que $1/6$.

Si on multiplie $1/2$ par un entier différent de 0, on obtient un résultat plus grand que $1/6$.

Si on multiplie $1/3$ par un entier différent de 0, on obtient un résultat plus grand que $1/6$.

Conclusion les voisins de $1/6$ sont $1/2$ et $1/3$ et on a bien $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$.

L'autre voisin de $1/2$ est le nombre A tel que $A \times \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$ donc $A=3$.

L'autre voisin de $1/3$ est le nombre B tel que $B \times \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$ donc $B=2$.

L'autre voisin de 3 est le nombre C tel que $C \times \frac{1}{2} = 3$ donc $C=6$.

On a bien $6 \times \frac{1}{3} = 2$ et $2 \times 3 = 6$. Les six nombres sont donc, dans l'ordre : 6, 3, $1/2$, $1/6$, $1/3$, 2.

La somme des six nombres est donc de $6+3+1+2=12$.

Donc il y a **1 solution** : La somme vaut : **12**.

Exercice 13 Les pions tricolores.

Pour le premier tirage, il y a 6 choix possibles, et pour chacun de ces choix, il y a, au deuxième tirage, 5 choix possibles. Le nombre total de combinaisons est donc de $6 \times 5 = 30$.

Écrivons toutes ces combinaisons en notant Ba et Bb les deux bleus, Va et Vb les deux verts, et Ra et Rb les deux rouges. Notons à côté le score obtenu.

Ba	Bb	2
Ba	Va	3
Ba	Vb	3
Ba	Ra	4
Ba	Rb	4
Bb	Ba	2
Bb	Va	3
Bb	Vb	3
Bb	Ra	4
Bb	Rb	4

Va	Ba	3
Va	Bb	3
Va	Vb	4
Va	Ra	5
Va	Rb	5
Vb	Ba	3
Vb	Bb	3
Vb	Va	4
Vb	Ra	5
Vb	Rb	5

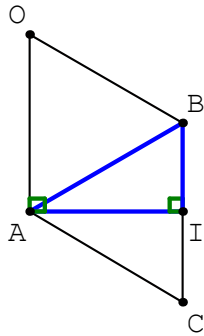
Ra	Ba	4
Ra	Bb	4
Ra	Va	5
Ra	Vb	5
Ra	Rb	6
Rb	Ba	4
Rb	Bb	4
Rb	Va	5
Rb	Vb	5
Rb	Ra	6

On peut donc tirer au moins 4 points de $2+2+3+3+5+5=20$ façons.

La réponse est donc de **20** façons différentes.

Exercice 14 La roue.

Créons le triangle AIC le symétrique de AIB par rapport à (AI).



Par symétrie on a $AC=AB=25$ cm et $IC=IB=12,5$ cm donc $BC=12,5+12,5=25$ cm.

Cela signifie que ABC est un triangle équilatéral. Ses angles font 60° .

(BI) et (OA) sont perpendiculaires au sol donc elles sont parallèles.

Les angles \widehat{BAO} et \widehat{ABI} sont donc alternes-internes et par conséquent de même mesure 60° .

$OA=OB$ car ce sont deux rayons de la roue. AOB est donc isocèle en O.

Si un triangle isocèle possède un angle de 60° alors il est équilatéral.

Donc AOB est équilatéral.

Par conséquent $OA=OB=AB=25$ cm.

Le rayon est de **25 cm**.

Exercice 15 Aires et périmètres.

Posons x, a et b les longueurs verticales et c, d et y les longueurs horizontales.



On a $14 = 2 \times (d+x)$ donc $d = 7 - x$.

On a $18 = 2 \times (d+b)$ donc $b = 9 - d = 9 - (7 - x) = x + 2$.

On a $26 = 2 \times (y+a)$ donc $a = 13 - y$.

On a $28 = 2 \times (c+a)$ donc $c = 14 - a = 14 - (13 - y) = y + 1$.

La somme des aires grisées est de $(c+y)(b+x) = (2y+1)(2x+2) = 120$. Donc $(2y+1)(x+1) = 60$.

Le périmètre du grand rectangle est de 65 cm.

Donc $(x+2) + (13-y) + x + (y+1) + (7-x) + y = 65 \div 2 = 32,5$.

$x+y+23 = 32,5$

$x+y = 9,5$.

$y = 9,5 - x$.

Donc $(2 \times (9,5 - x) + 1)(x + 1) = 60$

$(20 - 2x)(x + 1) = 60$.

$(10 - x)(x + 1) = 30$.

$10x - x^2 + 10 - x = 30$.

$x^2 - 9x + 20 = 0$.

$\Delta = 9^2 - 4 \times 20 = 81 - 80 = 1 = 1^2$.

Soit $x = (9+1) \div 2 = 5$ soit $x = (9-1) \div 2 = 4$.

Si $x = 5$ alors $y = 9,5 - 5 = 4,5$ puis $d = 7 - 5 = 2$ et $a = 13 - 4,5 = 8,5$ Donc Aire = $2 \times 8,5 = 17 \text{ cm}^2$.

Si $x = 4$ alors $y = 9,5 - 4 = 5,5$ puis $d = 7 - 4 = 3$ et $a = 13 - 5,5 = 7,5$ Donc Aire = $3 \times 7,5 = 22,5 \text{ cm}^2$.

Il y a **2 solutions** : l'aire du rectangle central est **17 cm²** ou **22,5 cm²**.

Exercice 16 La dernière carte.

Comme on ne garde qu'une carte sur deux, écrivons 2020 en base 2.

$$2020=0+2\times(0+2\times(1+2\times(0+2\times(0+2\times(1+2\times(1+2\times(1+2\times(1+2\times(1+2\times(1))))))))))$$

$$2020=11111100100 \text{ en base 2.}$$

Premier tour : on enlève les nombres pairs (de 2 à 2020), les nombres restants se terminent par 1 en base 2.

Deuxième tour : on enlève les nombres avec l'avant-dernier chiffre égal à 1 en base 2 (de 3 à 2019), les nombres restants se terminent par 01 en base 2.

Troisième tour : on enlève les nombres avec chiffre précédent égal à 1 en base 2 (de 5 à 2013), les nombres restants se terminent par 001 en base 2.

Quatrième tour : on enlève les nombres avec chiffre précédent égal à 0 en base 2 (de 1 à 2017), les nombres restants se terminent par 1001 en base 2.

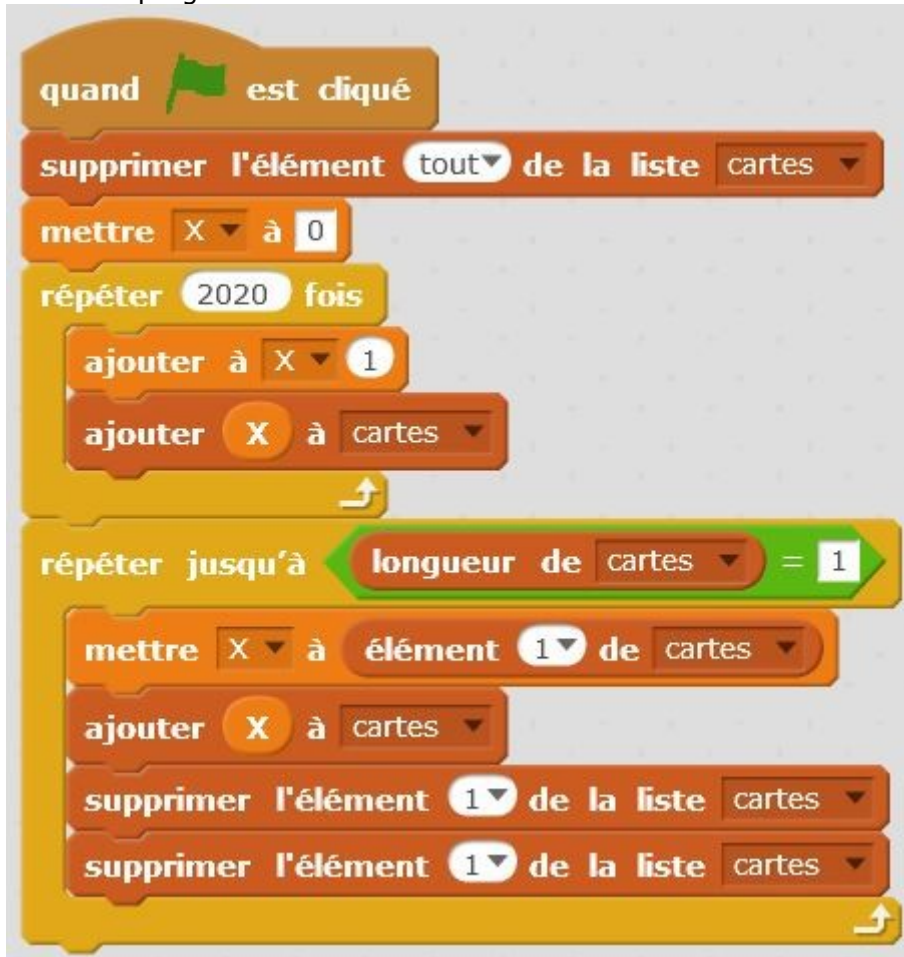
Tout se passe comme si on écrivait tous les chiffres de 2020 à part le premier et le dernier étant 1.

Le dernier nombre est donc 11111001001 en base 2 soit 1993.

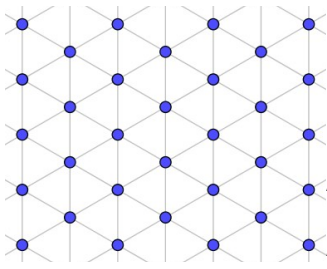
Le numéro de la carte restante est donc : 1993.

Remarque : pour tous les nombres entre 1024 et 2047, la formule est donc la suivante pour N le nombre de cartes, la dernière carte est $N \times 2 - 2^{11} + 1 = 2N - 2047$.

On peut aussi tester avec un programme Scratch :



Exercice 17 Un grand verger.



La hauteur d'un triangle équilatéral de côté 5 est $\frac{5\sqrt{3}}{2}$.

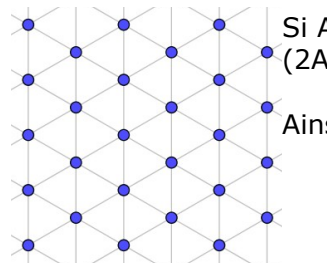
Le rectangle contenant les arbres a pour hauteur $5A$ et pour longueur $5B\sqrt{3}$.

Sur l'exemple ci-contre, $A=4$ et $B=3$.

A et B sont des entiers multipliés par 0,5.

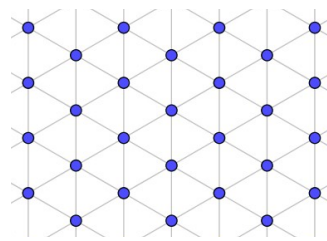
Si A et B sont entiers, le nombre d'arbres est $(2A+1) \times B + (A+1) = 2AB + A + B + 1$.

Ainsi sur l'exemple ci-contre $N = 2 \times 4 \times 3 + 4 + 3 + 1 = 32$.



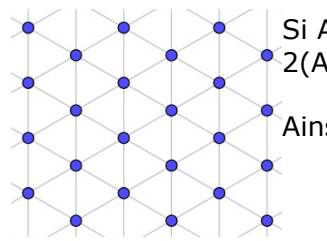
Si A est entier et B est non entier alors le nombre d'arbres est :
 $(2A+1)(B+0,5) = 2AB + A + B + 0,5$.

Ainsi sur l'exemple ci-contre $N = 2 \times 4 \times 2,5 + 4 + 2,5 + 0,5 = 27$.



Si A est non entier et B est entier alors le nombre d'arbres est :
 $2(A+0,5) \times B + (A+0,5) = 2AB + A + B + 0,5$.

Ainsi sur l'exemple ci-contre $N = 2 \times 3,5 \times 3 + 3,5 + 3 + 0,5 = 28$.



Si A et B ne sont pas entiers alors le nombre d'arbres est :
 $2(A+0,5)(B+0,5) = 2AB + A + B + 0,5$.

Ainsi sur l'exemple ci-contre $N = 2 \times 3,5 \times 2,5 + 3,5 + 2,5 + 0,5 = 24$.

Dans tous les cas N est la partie entière de $2AB + A + B + 1$.

Si on veut minimiser la surface avec un nombre suffisant d'arbres (supérieur ou égal à 2020), il faut être proche du carré donc A environ égal à $B\sqrt{3}$.

N environ égal à 2020 donc $2\sqrt{3} \times B^2 + (1 + \sqrt{3})B - 2019 = 0$.

En résolvant cette équation du second degré, on trouve $B \approx 23,75$.

Cherchons donc des solutions avec $22 < B < 25,5$ et donc $38 < A < 44$.

Déterminons le nombre d'arbres correspondant :

	38	38,5	39	39,5	40	40,5	41	41,5	42	42,5	43	43,5	44
22	1733	1755	1778	1800	1823	1845	1868	1890	1913	1935	1958	1980	2003
22,5	1771	1794	1817	1840	1863	1886	1909	1932	1955	1978	2001	2024	2047
23	1810	1833	1857	1880	1904	1927	1951	1974	1998	2021	2045	2068	2092
23,5	1848	1872	1896	1920	1944	1968	1992	2016	2040	2064	2088	2112	2136
24	1887	1911	1936	1960	1985	2009	2034	2058	2083	2107	2132	2156	2181
24,5	1925	1950	1975	2000	2025	2050	2075	2100	2125	2150	2175	2200	2225
25	1964	1989	2015	2040	2066	2091	2117	2142	2168	2193	2219	2244	2270
25,5	2002	2028	2054	2080	2106	2132	2158	2184	2210	2236	2262	2288	2314

Testons les 7 valeurs proches de 2020 repéré en vert sur ce tableau avec la formule d'aire :

$(20 + 5A)(20 + 5B\sqrt{3})$.

22,5	43,5	51028
23	42,5	50961
23,5	42	51409
24	41	51265
24,5	40	51079
25	39,5	51440
25,5	38,5	51178

On trouve alors que le minimum est pour $B=23$ et $A=42,5$.

$N=2021$ et Aire $\approx 50\,961 \text{ m}^2$

La surface minimale du terrain est de **50 961 m²**.

Exercice 18 Les quatre produits serrés.

$$1,04 = \frac{104}{100} = \frac{26}{25} \quad \text{Appelons } A < B < C < D \text{ les 4 produits. On a donc } 26A = 25D.$$

26 et 25 étant premiers entre eux, $25 = 5^2$ divise A et $26 = 2 \times 13$ divise D.

13 divise D donc 13 est dans la dernière colonne et dans la première ligne.

Il y a aussi 2 multiples de 5 dans la première colonne et dans la dernière ligne.

Or entre 1 et 16, il n'y a que 3 multiples de 5 : 5 ; 10 et 15. Ils sont donc dans les cases vertes.

		1	13
	2		

Or $ABCD = 16!$

$$A \leq A \leq A$$

$$A < B < 1,04A$$

$$A < C < 1,04A$$

$$1,04A \leq D \leq 1,04A$$

donc $1,04A^4 < ABCD < 1,04^3 A^4$ et $1,04A^4 < 16! < 1,04^3 A^4$.

$$\text{Donc } A < \sqrt[4]{\frac{16!}{1,04}} \approx 2118. \quad \text{et} \quad A > \sqrt[4]{\frac{16!}{1,04^3}} \approx 2076. \quad \text{Comme } A \text{ est un multiple de } 25 \text{ alors } A = 2100.$$

$$D = 1,04A = 2184.$$

Testons les 6 cas pour les cases vertes :

		1	13
5			
10	2	15	

		1	13
5			
15	2	10	

		1	13
10			
5	2	15	

		1	13
10			
15	2	5	

		1	13
15			
5	2	10	

		1	13
15			
5	2	10	

On en déduit la valeur de la case en bas à droite car $A = 2100$:

		1	13
5			
10	2	15	7

		1	13
5			
15	2	10	7

		1	13
10			
5	2	15	14

		1	13
10			
15	2	5	14

		1	13
15			
5	2	10	21

		1	13
15			
5	2	10	21

On élimine donc les deux derniers cas.

2100 et 2184 sont des multiples de 7 donc le deuxième multiple de 7 (7 ou 14) est dans la case en haut à gauche :

14		1	13
5			
10	2	15	7

14		1	13
5			
15	2	10	7

7		1	13
10			
5	2	15	14

7		1	13
10			
15	2	5	14

On complète alors la première ligne car $D = 2184$ et la première colonne car $A = 2100$.

14	12	1	13
5			
3			
10	2	15	7

14	12	1	13
5			
2			
15	2	10	7

7	24	1	13
10			
6			
5	2	15	14

7	24	1	13
10			
2			
15	2	5	14

On élimine donc les trois derniers cas.

$2184 \div 13 \div 7 = 24 = 6 \times 4$. Le 6 ne peut être sur la 3^e ligne car il y aurait deux multiples de 3 sur cette ligne et il ne resterait que le 9 à mettre pour en avoir autant sur la deuxième colonne, or le 9 compte double.

14	12	1	13
5			6
3			4
10	2	15	7

Le 9 (et le 11) doit apparaître dans le même produit (B ou C) : il est donc dans la diagonale du 10 et du 13.

14	12	1	13
5		11	6
3	9		4
10	2	15	7

14	12	1	13
5		9	6
3	11		4
10	2	15	7

$3 \times 9 \times 4 = 108$ et $2100 \div 108 > 19$. Le premier cas est impossible.
 $3 \times 11 \times 4 = 132$ et $2100 \div 132 > 15$. Il faut donc compléter par un 16.

La grille est donc la suivante :

14	12	1	13	2184
5	8	9	6	2160
3	11	16	4	2112
10	2	15	7	2100

On vérifie que les quatre produits sont bien dans l'ordre.
 Le produit des quatre nombres est donc $3 \times 6 \times 12 \times 15 = 3240$.

Donc il y a **1 solution** : Le produit vaut : **3240**.