

Une solution pour construire le Carré magique de la Villa Albani

15	58	29	34	63	49	74	41	6
7	27	31	81	23	76	17	18	26
38	8	30	71	47	20	21	78	56
73	19	25	42	10	33	50	65	52
22	55	72	1	45	60	28	16	70
79	35	39	66	2	48	80	24	59
14	64	69	12	77	3	51	68	11
46	36	61	53	40	43	4	54	32
75	67	13	9	62	37	44	5	57

On peut très bien imaginer le sieur Gaetan Gilardoni, l’auteur du carré magique de la Villa Albani, à Rome, s’amusant en cette année 1766, à placer dans les colonnes d’une grille d’ordre $n = 9$, neuf combinaisons des 81 premiers entiers pris 9 à 9, de somme constante $M_9 = 369$, de telle manière que ces 81 premiers entiers soient tous représentés une fois et une seule.

Ce n’est pas une opération très difficile, mais nécessite un peu de patience et de méthode. On peut par exemple, utiliser les permutations figurées magiques dans le carré naturel d’ordre $n = 9$: on dispose de $9! = 362\,880$ combinaisons magiques, de somme $M_9 = 369$! Cependant, ce n’est pas cette « recette » qui a été utilisée par Gilardoni, pour construire la grille ci-dessous, *une Grille-départ indépendante* : aucune des colonnes de cette grille ne correspond à une permutation figurée dans le carré naturel d’ordre $n = 9$. En réalité on a dénombré au total $N = 1\,537\,408\,202$ combinaisons magiques d’ordre $n = 9$ (1)

Quoiqu’il en soit, il s’agit dans cette grille-départ, de rendre magiques toutes les lignes, de somme $M_9 = 369$.

On utilise alors la *Méthode des colonnes* initiée par Arsène Durupt.

Les grilles ci-dessous, montrent les étapes de la restitution de la magie dans les lignes, ligne par ligne : les cases pochées marquent les permutations effectuées dans les colonnes.

7	8	29	42	63	49	80	41	26
15	19	31	81	47	76	74	78	6
38	27	25	71	10	20	21	18	56
22	58	30	34	23	33	50	65	52
73	55	72	66	45	48	28	68	70
79	35	13	1	2	60	17	24	11
46	64	69	9	40	3	51	5	59
75	36	61	53	77	43	44	54	32
14	67	39	12	62	37	4	16	57

313 369 369 369 369 369 369 369 369 352

Une Grille-départ indépendante

15	58	29	34	63	49	74	41	6
7	19	31	81	47	76	80	78	26
38	27	25	71	10	20	21	18	56
22	8	30	42	23	33	50	65	52
73	55	72	66	45	48	28	68	70
79	35	13	1	2	60	17	24	11
46	64	69	9	40	3	51	5	59
75	36	61	53	77	43	44	54	32
14	67	39	12	62	37	4	16	57

369 369 369 369 369 369 369 369 369

Première ligne

15	58	29	34	63	49	74	41	6	369
7	27	31	81	23	76	80	18	26	369
38	19	25	71	10	20	21	78	56	369
22	8	30	42	47	33	50	65	52	369
73	55	72	66	45	48	28	68	70	369
79	35	13	1	2	60	17	24	11	369
46	64	69	9	40	3	51	5	59	369
75	36	61	53	77	43	44	54	32	369
14	67	39	12	62	37	4	16	57	369

Seconde ligne

15	58	29	34	63	49	74	41	6	369
7	27	31	81	23	76	80	18	26	369
38	8	30	71	47	20	21	78	56	369
22	19	25	42	10	33	50	65	52	369
73	55	72	66	45	48	28	68	70	369
79	35	13	1	2	60	17	24	11	369
46	64	69	9	40	3	51	5	59	369
75	36	61	53	77	43	44	54	32	369
14	67	39	12	62	37	4	16	57	369

Troisième ligne

15	58	29	34	63	49	74	41	6	369
7	27	31	81	23	76	80	18	26	369
38	8	30	71	47	20	21	78	56	369
73	19	25	42	10	33	50	65	52	369
22	55	72	66	45	48	28	68	70	369
79	35	13	1	2	60	17	24	11	369
46	64	69	9	40	3	51	5	59	369
75	36	61	53	77	43	44	54	32	369
14	67	39	12	62	37	4	16	57	369

Quatrième ligne

15	58	29	34	63	49	74	41	6	369
7	27	31	81	23	76	80	18	26	369
38	8	30	71	47	20	21	78	56	369
73	19	25	42	10	33	50	65	52	369
22	55	72	1	45	60	28	16	70	369
79	35	13	66	2	48	17	24	11	369
46	64	69	9	40	3	51	5	59	369
75	36	61	53	77	43	44	54	32	369
14	67	39	12	62	37	4	68	57	369

Cinquième ligne

15	58	29	34	63	49	74	41	6	369
7	27	31	81	23	76	80	18	26	369
38	8	30	71	47	20	21	78	56	369
73	19	25	42	10	33	50	65	52	369
22	55	72	1	45	60	28	16	70	369
79	35	39	66	2	48	17	68	59	369
46	64	69	9	40	3	51	5	11	369
75	36	61	53	77	43	44	54	32	369
14	67	13	12	62	37	4	24	57	369

Sixième ligne

15	58	29	34	63	49	74	41	6	369
7	27	31	81	23	76	80	18	26	369
38	8	30	71	47	20	21	78	56	369
73	19	25	42	10	33	50	65	52	369
22	55	72	1	45	60	28	16	70	369
79	35	39	66	2	48	17	68	59	369
14	64	69	12	77	3	51	24	11	369
75	36	61	53	40	43	44	54	32	369
46	67	13	9	62	37	4	5	57	369

Septième ligne

15	58	29	34	63	49	74	41	6	369
7	27	31	81	23	76	80	18	26	369
38	8	30	71	47	20	21	78	56	369
73	19	25	42	10	33	50	65	52	369
22	55	72	1	45	60	28	16	70	369
79	35	39	66	2	48	17	68	59	369
14	64	69	12	77	3	51	24	11	369
46	36	61	53	40	43	4	54	32	369
75	67	13	9	62	37	44	5	57	369
369	369	369	369	369	369	369	369	369	369

Huitième et neuvième lignes

La *Grille-départ indépendante* proposée conduit, après quelques permutations dans les colonnes, au Carré magique de la Villa Albani.

Cet exemple a valeur de démonstration. On peut en effet conclure, dans le cas particulier du Carré magique de la Villa Albani :

Toutes les permutations dans les colonnes de la Grille départ initiale supposée de Gilardoni, conduisent, par la Méthode des colonnes, au Carré magique de la Villa Albani.

On conçoit bien ainsi, qu'il y a de nombreuses solutions, c'est-à-dire de nombreuses Grilles-départs, pour construire le carré magique mystérieux de la Villa Albani.

Si l'on admet comme vraisemblable cette construction, il semblerait que ce soit tout-à-fait par hasard que Gaetan Gilardoni a construit le Carré magique de la Villa Albani que nous connaissons ! (2)

-
- (1) Série "A052456" de la « One-Line Encyclopedia of Integer Sequences » – O E I S
 - (2) Michel Criton & René Descombes – *Nouvelles approches des carrés magiques* – Editions Ellipses 2017 (400 pp) - Chapitre 25 : Le carré magique de la Villa Albani – pp. 225-228.

René Descombes - Novembre 2017

