Un schéma de construction des carrés magiques

Le principe général ou schéma de construction des carrés magiques par la méthode présentée, réside dans la mise à disposition d'*une grille-départ dont toutes les colonnes sont magiques.*

On définit la *magie* de ces colonnes, par la somme constante des nombres situés dans ces colonnes, égale à la constante magique du carré magique normal de même ordre.

Il s'agit alors de rendre magiques les lignes, et l'application de la *Méthode des permutations dans les colonnes,* supposée connue, résout le problème.

On obtient un carré magique ou un carré semi-magique.

Je connais et présente quatre méthodes pour construire une grille-départ comportant toutes les colonnes magiques.

1. *Le carré naturel alterné d'ordre pair*

Cette première méthode a pour base le carré naturel alterné d'ordre pair (1)

1	2	3	4
8	7	6	5
9	10	11	12
16	15	14	13
34	34	34	34

1	2	3	4	5	6
12	11	10	9	8	7
13	14	15	16	17	18
24	23	22	21	20	19
25	26	2	28	29	30
36	35	34	33	32	31
111	111	111	111	111	111

1	2	3	4	5	6	7	8
16	15	14	13	12	11	10	9
17	18	19	20	21	22	23	24
32	31	30	29	28	27	26	25
33	34	35	36	37	38	39	40
48	47	46	45	44	43	42	41
49	50	51	52	53	54	55	56
64	63	62	61	60	59	58	57
260	260	260	260	260	260	260	260

Toutes les colonnes des carrés naturels alternés sont magiques, de somme égale à la constante magique du carré magique normal de même ordre. Exemples ci-dessus.

1	2	3	4
8	7	6	5
9	10	11	12
16	15	14	13
34	34	34	34

Grille-départ

1	10	11	12	34
8	7	6	5	
9	2	3	4	
16	15	14	13	
34	34	34	34	

1ère ligne

1	10	1	12	34
8	7	14	5	34
9	2	3	4	
16	15	6	13	
34	34	34	34	

2ème ligne

	1	10	11	12	34
	8	7	14	5	34
	16	2	3	13	34
	9	15	6	4	34
37	34	34	34	34	15

3ème & 4ème lignes

L'application de la *Méthode des permutations dans les colonnes*, permet de rendre les lignes magiques. Voici une solution pour l'exemple n = 4, en trois étapes : les permutations dans les colonnes sont pochées dans les grilles ci-dessus. Il y a en général plusieurs solutions dans l'application de la « Méthode des permutations dans les colonnes ».

On obtient un carré semi-magique normal, de constante magique M_4 = 34 ; les diagonales principales ne sont pas magiques.
Par permutations des colonnes de la grille-départ, on obtient N = n ! grilles-départs différentes, et autant de solutions de base différentes pour le carré semi-magique correspondant.

2. Les couples complémentaires

1	2	4	7
16	15	13	10
3	5	6	8
14	12	11	9
34	34	34	34

1	2	3	4	5	6	7	8
64	63	62	61	60	59	58	57
9	12	15	18	21	24	27	30
56	53	50	47	44	41	38	35
10	13	16	19	22	2	28	31
55	52	49	46	43	40	37	34
11	14	17	20	23	26	29	32
54	51	48	45	42	39	36	33
260	260	260	26	260	26	260	260

Dans une grille *d'ordre n pair*, on place les $\frac{n2}{2}$ couples complémentaires de la série « 1 – n^2 » dans les dominos verticaux de cette grille. Toutes les colonnes sont magiques de somme égale à la contrainte magique du carré magique normal de même ordre.

Les couples complémentaires peuvent être placés dans un ordre quelconque dans les dominos verticaux.

On dénombre alors N = $\frac{n2}{2}$! grilles-départs pour la construction des carrés semi-magiques d'ordre pair. Ainsi pour n = 4 par exemple, on a : N = 8 ! = 40 320.

On utilise la *Méthode des permutations dans les colonnes,* pour rendre les lignes magiques ; un exemple est donné page suivante.

1	2	4	7
16	15	13	10
3	5	6	8
14	12	11	9
34	34	34	34

1	2	3	4	5	6	7	8
64	63	62	61	60	59	58	57
9	12	15	18	21	24	27	30
56	53	50	47	44	41	38	35
10	13	16	19	22	2	28	31
55	52	49	46	43	40	37	34
11	14	17	20	23	26	29	32
54	51	48	45	42	39	36	33
260	260	260	260	260	260	260	260

On remarque dans les deux grilles prises pour exemples, reproduites ci-dessus, que les termes des sous-carrés de 4 cases, en damier, ont même somme, dans chaque grille, soit $M_4 = 34$ dans la grille d'ordre n = 4 et S = 130 = ½ M_8 dans la grille d'ordre n = 8.

Or cette propriété disparait lorsque l'on applique la Méthode des permutations dans les colonnes*, pour rendre les lignes magiques, et c'est tout-à-fait regrettable.*

Exemple de cette application pour n = 4 :

1	2	4	7
16	15	13	10
3	5	6	8
14	12	11	9
34	34	34	34

Grille-départ

3	15	6	10	34
16	2	13	7	
1	5	4	8	
14	12	11	9	
34	34	34	34	

1ère ligne

3	15	6	10	34
16	5	4	9	34
1	2	13	8	
14	12	11	7	
34	34	34	34	

2ème ligne

	3	15	6	10	34
	16	5	4	9	34
	1	12	13	8	34
	14	2	11	7	34
40	34	34	34	34	28

3ème & 4ème lignes

Dans le carré semi-magique obtenu, la propriété observée dans les sous-carrés de 4 cases correspondant aux quartiers de la grille-départ, a disparu, les sommes dans les sous-carrés de 4 cases sont toutes différentes.

J'ai alors recherché une méthode permettant à la fois de rendre les lignes magiques et de maintenir la propriété particulière des sous-carrés de 4 cases.

Exemple pour n = 4.

1	2	3	4
8	7	6	5
9	10	11	12
16	15	14	13
34	34	34	34

1	2	3	4	5	6	7	8
16	15	14	13	12	11	10	9
17	17	17	17	17	17	14	17

1	8	2	7
16	9	15	10
3	6	4	5
14	11	13	12
34	34	34	34

L'expérience montre qu'il faut associer dans les sous-carrés de 4 cases, les deux couples complémentaires symétriques par rapport au centre du tableau formateur des couples complémentaires (tableau figurant au milieu ci-dessus), lesquels couples sont aussi situés dans la même colonne dans le carré naturel alterné correspondant (grille ci-dessus à gauche)

Dans ces conditions, la grille de droite d'ordre n = 4 est ainsi définie comme *Grille-départ.*

On peut permuter ces sous-carrés ; il y a N = 4 ! = 24 solutions pour cette grille-départ.

Les quatre sous-carrés de 4 cases se présentent sous quatre formes, sans altérer la magie dans les colonnes :

1	8	8	1	16	9	9	16
16	9	9	16	1	8	8	1

2	7	7	2	15	10	10	15
15	10	10	15	2	7	7	2

3	6	6	3	14	11	11	14
14	11	11	14	3	6	6	3

4	5	5	4	13	12	12	13
13	12	12	13	4	5	5	4

On place alors l'une des quatre formes de chaque série, dans les quartiers de la grille d'ordre n = 4, de manière à rendre les lignes magiques.
On obtient un carré semi-magique. Les quartiers, qui correspondent aux sous-carrés de 4 cases, restent magiques, de somme M_4 = 34.
Il y a plusieurs solutions.
Cette méthode, à l'expérience, n'est applicable qu'aux ordres n = 4 k.

	1	8	15	10	34
	16	9	2	7	34
	3	6	13	12	34
	14	11	4	5	34
32	34	34	34	34	28

Voici 8 solutions construites avec le même placement des sous-carrés que ci-dessus : toutes ces grilles sont semi-magiques. Il y a sans doute d'autres solutions.

	1	8	15	10	34
	16	9	2	7	34
	3	6	13	12	34
	14	11	4	5	34
32	34	34	34	34	28

	8	1	10	15	34
	9	16	7	2	34
	6	3	12	13	34
	11	14	5	4	34
36	34	34	34	34	40

	2	7	14	11	34
	15	10	3	6	34
	4	5	16	9	34
	13	12	1	8	34
32	34	34	34	34	36

	7	2	11	14	34
	10	15	6	3	34
	5	4	9	16	34
	12	13	8	1	34
36	34	34	34	34	32

	9	16	7	2	34
	8	1	10	15	34
	11	14	5	4	34
	6	3	12	13	34
32	34	34	34	34	28

	16	9	2	7	34
	1	8	15	10	34
	14	11	4	5	34
	3	6	13	12	34
36	34	34	34	34	40

	10	15	6	3	34
	7	2	11	14	34
	12	13	8	1	34
	5	4	9	16	34
32	34	34	34	34	36

	15	10	3	6	34
	2	7	14	11	34
	13	12	1	8	34
	4	5	16	9	34
36	34	34	34	34	32

Exemple pour n = 8.

Si le principe de cette méthode, ou de cette technique, reste simple, son application devient moins facile, et surtout plus longue, à mesure que n augmente.

La *Grille-départ* pour n = 8 se présente ainsi : les couples complémentaires associés dans les 16 sous-carrés de 4 cases, ont même somme : S = 130, soit ½ M_8, avec M_8 = 260. Toutes les colonnes sont magiques.

1	32	2	31	3	30	4	29
64	33	63	34	62	35	61	36
5	28	6	27	7	26	8	25
60	37	59	38	58	39	57	40
9	24	10	23	11	22	12	21
6	41	55	42	54	43	53	44
13	20	14	19	15	18	16	17
52	45	51	46	50	47	49	48
260	260	260	260	260	260	260	260

Il est alors indispensable d'écrire les quatre formes de chacun des 16 sous-carrés : on dispose ainsi d'un choix de 64 sous-carrés dans les 16 séries de 4 sous-carrés.
Je ne pense pas que l'on puisse se dispenser d'établir ces 16 séries. Même si c'est un peu fastidieux.

1	32	32	1	64	33	33	64	9	24	24	9	56	41	41	56
64	33	33	64	1	32	32	1	56	41	41	56	9	24	24	9
2	31	31	2	63	34	34	63	10	23	23	10	55	42	42	55
63	34	34	63	2	31	31	2	55	42	42	55	10	23	23	10
3	30	30	3	62	35	35	62	11	22	22	11	54	43	43	54
62	35	35	62	3	30	30	3	54	43	43	54	11	22	22	11
4	29	29	4	61	36	36	61	12	21	21	12	53	44	44	53
61	36	36	61	4	29	29	4	53	44	44	53	12	21	21	12
5	28	28	5	60	37	37	60	13	20	20	13	52	45	45	52
60	37	37	60	5	28	28	5	52	45	45	52	13	20	20	13
6	27	27	6	59	38	38	59	14	19	19	14	51	46	46	51
59	38	38	59	6	27	27	6	51	46	46	51	14	19	19	14
7	26	26	7	58	39	39	58	15	18	18	15	50	47	47	50
58	39	39	58	7	26	26	7	50	47	47	50	15	18	18	15
8	25	25	8	57	40	40	57	16	17	17	16	49	48	48	49
57	40	40	57	8	25	25	8	49	48	48	49	16	17	17	16

Voici une solution.

On place quatre formes différentes des sous-carrés figurant dans la table ci-dessus, dans les lignes de la grille d'ordre n = 8 ci-contre, de manière à rendre ces lignes magiques, de somme M_8 = 260.
Les cases pochées indiquent bien la manière de procéder.
On obtient un carré magique normal, M_8 = 260.
La propriété des sous-carrés de 4 cases est conservée, S = 130.
Il y a plusieurs solutions.

	1	32	31	2	62	35	36	61	260
	64	33	34	63	3	30	29	4	260
	5	28	27	6	58	39	40	57	260
	60	37	38	59	7	26	25	8	260
	9	24	23	10	54	43	44	53	260
	56	41	42	55	11	22	21	12	260
	13	20	19	14	50	47	48	49	260
	52	45	46	51	15	18	17	16	260
260	260	260	260	260	260	260	260	260	260

Voici par exemple huit solutions basées sur le même type de construction que ci-dessus, appliqué *mutatis mutandis*, à la représentation graphique des 64 sous-carrés *magiques :* les carrés obtenus sont soit magiques, soit semi-magiques avec une seule diagonale principale magique.
Dans cette application particulière, les 64 formes des sous-carrés de 4 cases sont utilisées deux fois.
Il y a sans doute d'autres solutions.

	1	32	31	2	62	35	36	61	260
	64	33	34	63	3	30	29	4	260
	5	28	27	6	59	39	40	57	260
	60	37	28	59	7	26	25	8	260
	9	24	23	10	54	43	44	53	260
	56	41	42	55	11	22	21	12	260
	13	20	19	14	50	47	48	49	260
	52	45	43	51	15	18	17	18	260
260	260	260	260	260	260	260	260	260	260

	2	31	30	3	61	36	37	60	260
	63	34	35	62	4	29	28	5	260
	6	27	26	7	57	40	41	56	260
	59	38	39	58	8	25	24	9	260
	10	23	22	11	53	44	45	52	260
	55	42	43	54	12	21	20	13	260
	14	19	18	15	49	48	33	64	260
	51	46	47	50	16	17	32	1	260
260	260	260	260	260	260	260	260	260	228

	3	30	29	4	60	37	38	59	260
	62	35	36	61	5	28	27	6	260
	7	26	25	8	56	41	42	55	260
	58	39	40	57	9	24	23	10	260
	11	22	21	12	52	45	46	51	260
	54	43	44	53	13	20	19	14	260
	15	18	17	16	64	33	34	63	260
	50	47	48	49	1	32	31	2	260
260	260	260	260	260	260	260	260	260	228

	4	29	28	5	59	38	39	58	260
	61	36	37	60	6	27	26	7	260
	8	25	24	9	55	42	43	54	260
	57	40	41	56	10	23	22	11	260
	12	21	20	13	51	46	47	50	260
	53	44	45	52	14	19	18	15	260
	16	17	32	1	63	34	35	62	260
	49	48	33	64	2	31	30	3	260
260	260	260	260	260	260	260	260	260	228

	33	64	63	34	30	3	4	29	260
	32	1	2	31	35	62	61	36	260
	37	60	59	38	26	7	8	25	260
	28	5	6	27	39	58	57	40	260
	41	56	55	42	22	11	12	21	260
	24	9	10	23	43	54	53	44	260
	45	52	51	46	18	15	16	17	260
	20	13	14	19	47	50	49	48	260
260	260	260	260	260	260	260	260	260	260

	34	63	62	35	29	4	5	28	260
	31	2	3	30	36	61	60	37	260
	38	59	58	39	25	8	9	24	260
	27	6	7	26	40	57	56	41	260
	42	55	54	43	21	12	13	20	260
	23	10	11	22	44	53	52	45	260
	46	51	50	47	17	16	1	32	260
	19	14	15	18	48	49	64	33	260
260	260	260	260	260	260	260	260	260	228

	35	62	61	36	28	5	6	27	260
	30	3	4	29	37	60	59	38	260
	39	58	57	40	24	9	10	23	260
	26	7	8	25	41	56	55	42	260
	43	54	53	44	20	13	14	19	260
	22	11	12	21	45	52	51	46	260
	47	50	49	48	32	1	2	31	260
	18	15	16	17	33	64	63	34	260
260	260	260	260	260	260	260	260	260	228

	36	61	60	37	27	6	7	26	260
	29	4	5	28	38	59	58	39	260
	40	57	56	41	23	10	11	22	260
	25	8	9	24	42	55	54	43	260
	44	53	52	45	19	14	15	18	260
	21	12	13	20	46	51	50	47	260
	48	49	64	33	31	2	3	30	260
	17	16	1	32	34	63	62	35	260
260	260	260	260	260	260	260	260	260	228

3. Les permutations figurées du carré naturel.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

1	4	2	3
6	7	5	8
11	10	12	9
16	13	15	14
34	34	34	34

La construction de la grille-départ est basée sur la propriété suivante : *Dans tout carré naturel, d'ordre pair et impair, les permutations figurées sont magiques* (2)

Exemple d'ordre pair : n = 4.

On sélectionne tout d'abord au choix, 4 permutations figurées qui remplissent toute la grille d'ordre n = 4. Puis on transfère ces permutations figurées dans les colonnes d'une grille de même ordre.
Les colonnes de cette *grille-départ* sont magiques, de somme égale à la constante magique du carré magique normal de même ordre, soit dans cet exemple, M_4 = 34.
On applique alors la *Méthode des permutations dans les colonnes* pour rendre les lignes magiques.
Il y a 24 permutations figurées dans la grille d''ordre n = 4. On peut ainsi construire en théorie N = C_{24}^{4} = 10 626 *grilles-départs*, parmi lesquelles il faut éliminer les grilles-départs comportant des doublets, et les combinaisons qui ne permettent pas de remplir toute la grille.

Exemple d'ordre impair : n = 5.

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

1	2	3	4	5
10	8	9	7	6
14	11	15	13	12
17	20	16	19	18
23	24	22	21	25
65	65	65	65	65

On dénombre N = 5 ! = 120 permutations figurées magiques dans la grille d'ordre n = 5.
On peut donc construire en théorie : N = C_{120}^{5} = 1 642 914 *grilles -départs*, sauf à éliminer les grilles-départs comportant des doublets, et les remplissages de la grille impossibles.
On utilise bien sûr la *Méthode des permutations dans les colonnes* pour rende les lignes magiques.
Cette technique correspond donc à une *méthode universelle* très prolifique pour la construction des carrés magiques, applicable à tous les ordres pairs et impairs.

4. Une méthode aléatoire.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Carré naturel

15			
10			
7			
2			
34			

1ère colonne

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Carré naturel

15	14		
10	11		
7	6		
2	3		
34	34		

2ème colonne

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Carré naturel

15	14	13	16
10	11	12	9
7	6	5	8
2	3	4	1
34	34	34	34

3ème & 4ème colonnes

Grille-départ

Exemple n = 4

Dans le carré naturel d'ordre n = 4, on poche 4 cases de somme M_4 = 34, ces cases étant prises au hasard : on place ces 4 nombres dans la première colonne d'une grille de même ordre, en ordonnant de préférence ces nombres, de bas vers le haut par exemple.
Parmi les nombres non pochés, on poche alors une nouvelle série de 4 cases de somme M_4 = 34, que l'on place de la même façon dans la seconde colonne.
On fait la même démarche pour troisième colonne. La quatrième colonne se déduit des 4 cases non pochées qui restent dans la grille.
On sait qu'il y a 86 combinaisons magiques dans la grille d'ordre n = 4.
On dénombre ainsi en théorie N = C_{86}^{4} = 2 123 555 combinaisons de ces 86 combinaisons prises elles-mêmes 4 par 4, c'est-à-dire le nombre théorique de *grilles-départs*. Après élimination des grilles-départs qui comportent des doublets, il reste quand même un grand nombre de solutions, auxquelles on applique la *Méthode des permutations dans les colonnes* pour rendre les lignes magiques.
Cette technique conduit également à une *méthode de construction universelle* des carrés magiques.

Remarque

On peut observer que c'est peut-être cette quatrième technique qui a été utilisée par le sieur Gilardoni, lorsqu'il a construit le célèbre carré magique d'ordre n = 9 de la Villa Albani à Rome.
Si l'on a pu décrypter en partie la construction de ce carré magique, par utilisation de la *Méthode des permutations dans les colonnes,* appliquée à une grille-départ supposée, on n'a pas découvert jusqu'à présent, comment l'auteur de ce carré magique aurait pu lui-même construire cette grille-départ, de façon systématique ou logique.
Mais peut-être Gilardoni a-t-il employé une toute autre méthode pour construire son célèbre et mystérieux carré magique ?
Voici à titre documentaire et de curiosité, la grille-départ ordonnée supposée de Gilardoni, et le carré magique correspondant, qui se trouve gravé sur une table de marbre dans le hall d'entrée de la Villa Albani, Via Salaria, à Rome (3) :

79	67	72	81	77	76	80	78	70
75	64	69	71	63	60	74	68	59
73	58	61	66	62	49	51	65	57
46	55	39	53	47	48	50	54	56
38	36	31	42	45	43	44	41	52
22	35	30	34	40	37	28	24	32
15	27	29	12	23	33	21	18	26
14	19	25	9	10	20	17	16	11
7	8	13	1	2	3	4	5	6
369	369	369	369	369	369	369	369	369

	15	58	29	34	63	49	74	41	6	369
	7	27	31	81	23	76	80	18	26	369
	38	8	30	71	47	20	21	78	56	369
	73	19	25	42	10	33	50	65	52	369
	22	55	72	1	45	60	28	16	70	369
	79	35	39	66	2	48	17	24	59	369
	14	64	69	12	77	3	51	68	11	369
	46	36	61	53	40	43	4	54	32	369
	75	67	13	9	62	37	44	5	57	369
369	369	369	369	369	369	369	369	369	369	369

Il y a peut-être encore d'autres techniques de construction d'une grille-départ comportant toutes les colonnes magiques ?

5. Une dernière manip originale !

	16	3	2	13	34
	5	10	11	8	34
	9	6	7	12	34
	4	15	14	1	34
34	34	34	34	34	34

Dürer n° 175

16	15	14	13
9	10	11	12
5	6	7	8
4	3	2	1
34	34	34	34

Grille-départ

Exemple d'application : n = 4.

On sélectionne un carré magique normal quelconque. Soit par exemple, pour fixer les idées, le carré magique bien connu dit d'Albrecht Dürer dans sa gravure « Melencolia » (1514).

C'est, rappelons-le, un carré magique de type associé, correspondant au Type III de la Classification de Dudeney, et portant le n° 175 de la Classification de Frénicle.

Cela dit, on ordonne les nombres des colonnes, de bas en haut, par exemple. Ces colonnes restent bien sûr magiques.

On considère alors la grille obtenue, comme la *Grille-départ* de la méthode générale de construction des carrés magiques schématisée et détaillée dans les pages qui précèdent.

On rend les lignes magiques par l'application classique de la *Méthode des permutations dans les colonnes.* On retrouve alors bien sûr le carré magique de Dürer, et cinq autres carrés semi-magiques, et au total six grilles magiques ou semi-magiques.

	16	10	7	1	34
	4	6	11	13	34
	9	3	14	8	34
	5	15	1	12	34
20	34	34	34	34	48

	16	15	2	1	34
	4	3	14	13	34
	9	6	11	8	34
	5	10	7	12	34
26	34	34	34	34	42

	9	10	7	8	34
	5	6	11	12	34
	16	3	14	1	34
	4	15	2	13	34
26	34	34	34	34	42

	9	15	2	8	34
	5	3	14	12	34
	4	10	7	13	34
	16	6	11	1	34
48	34	34	34	34	20

	16	3	2	13	34
	4	15	14	1	34
	9	6	7	12	34
	5	10	11	8	34
38	34	34	34	34	46

	16	3	2	13	34
	5	10	11	8	34
	9	6	7	12	34
	4	15	14	1	34
34	34	34	34	34	34

On peut s'obstiner, on n'obtient pas d'autres grilles que ces six grilles.

Ces six grilles forment ainsi une petite *famille* de carrés magiques et semi-magiques, tous *cousins* pourrait-on dire, ayant en commun les mêmes colonnes magiques.

On peut conjecturer que le nombre N_n de grilles, obtenu par cette manip est donné par la relation :

$$N_n = \frac{n!}{n} = (n-1)!$$

Ainsi pour n = 4, on a bien $N_4 = 3! = 6$. La *famille* s'agrandit à mesure que « n » augmente. Ainsi pour n = 5, on a déjà : $N_5 = 4! = 24$; et pour n = 6 : $N_6 = 5! = 120$ . . .

Cette manip s'applique à tout carré magique normal, d'ordre pair et impair.

Les quatre méthodes présentées, correspondent à un schéma homogène de construction des carrés magiques, et sont inédites dans leur présentation.

René Descombes – Mai Juin 2020

---

(1) Michel Criton & René Descombes – *Nouvelles approches des carrés magiques* – Editions elllipses, 2017 (400 pp) – Ch. 16 : Le carré naturel alterné au secours du carré magique : la méthode des permutations, pp. 175 - 177
(2) cf. René Descombes – *A la recherche des permutations figurées* – 130 pp. Inédit.
(3) Michel Criton & René Descombes – *Nouvelles approches des carrés magiques* – Editions ellipses, 2017 - Ch. 25 – Le carré magique de la Villa Albani – pp. 225 - 228